

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

เวลา 2 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

- เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
- แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

บทนิยามของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น $\frac{1}{n}$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

บทนิยาม 5 ให้ a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ถ้า a มีรากที่ n แล้ว

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

ในกรณีที่ $a \geq 0$ สามารถนิยาม $a^{\frac{1}{n}}$ ได้เสมอ

ในกรณีที่ $a < 0$ จะนิยามเฉพาะกรณีที่ n เป็นจำนวนคี่

บทนิยาม 6 ให้ a เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a \neq 0$ และ r เป็นจำนวนตรรกยะ เขียน $r = \frac{p}{q}$

โดยที่ p, q เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $q > 0$ และ ห.ร.ม. ของ p และ q เป็น 1 ถ้า $a^{\frac{1}{q}}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$a^r = a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}} \right)^p$$

ทฤษฎีบท 6 ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0

โดยที่ a^m , a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง จะได้

$$1. \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \quad \left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอก ลบ คูณ ทหารเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
2. นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของจำนวน $(-1)^{0.8}$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (-1)^{0.8} &= (-1)^{\frac{8}{10}} \\ &= (-1)^{\frac{4}{5}} \\ &= \left((-1)^{\frac{1}{5}} \right)^4 \\ &= (-1)^4 \\ &= 1\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงทำ $(27a^3)^{\frac{1}{6}}$ เป็นรูปอย่างง่าย เมื่อ $a > 0$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } (27a^3)^{\frac{1}{6}} &= (27)^{\frac{1}{6}} (a^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= (3^3)^{\frac{1}{6}} (a^3)^{\frac{1}{6}} \\ &= 3^{\frac{3}{6}} \cdot a^{\frac{3}{6}} \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \\ &= (3a)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

ดังนั้น $(27a^3)^{\frac{1}{6}}$ มีรูปอย่างง่ายคือ $(3a)^{\frac{1}{2}}$

ตัวอย่างที่ 3 จงทำ $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ให้อยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} \\ &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \text{ เท่ากับ } \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงทำ $3(5)^3 - 4(40)^3 + (1600)^6$ เป็นรูปอย่างง่าย

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ} \quad \text{พิจารณา} \quad 4(40)^3 &= 4(2^3 \cdot 5)^3 \\ &= 4(2^3 \cdot 5^3) \\ &= 4(2 \cdot 5^3) \\ &= 8(5)^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พิจารณา} \quad (1600)^6 &= (2^6 \cdot 5^2)^6 \\ &= (2)^6 (5)^6 \\ &= 2(5)^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น} \quad 3(5)^3 - 4(40)^3 + (1600)^6 &= 3(5)^3 - 8(5)^3 + 2(5)^3 \\ &= (3 - 8 + 2)(5)^3 \\ &= (-3)(5)^3\end{aligned}$$

$$= -3\sqrt[3]{5}$$

ดังนั้น $3(5)^{\frac{1}{3}} - 4(40)^{\frac{1}{3}} + (1600)^{\frac{1}{6}}$ เท่ากับ $-3\sqrt[3]{5}$

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการใช้งานเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ดังนี้

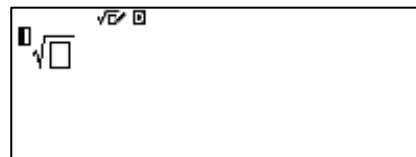
กดปุ่ม $\sqrt{\square}$ เพื่อหารากที่สองของจำนวน เช่น $\sqrt{2}$



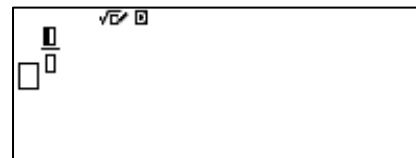
กดปุ่ม SHIFT $\sqrt{\square}$ เพื่อหารากที่สามของจำนวน เช่น $\sqrt[3]{8}$



กดปุ่ม SHIFT x^{\square} เพื่อหารากที่อื่นๆของจำนวน เช่น $\sqrt[4]{16}$



กดปุ่ม x^{\square} \rightarrow $\frac{\square}{\square}$ เพื่อหาค่าของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น $2^{\frac{1}{2}}$



2. ครูทบทวนสมบัติของเลขยกกำลังโดยการยกตัวอย่างประกอบการถามตอบ ดังนี้

2.1 นักเรียนหาผลลัพธ์ของ $2^3 \times 2^4$ ได้อย่างไร (วิธีที่ 1 หาได้จาก $2^3 = 8$ และ $2^4 = 16$

แล้วนำ $8 \times 16 = 128$ หรือวิธีที่ 2 หาได้จากสมบัติของเลขยกกำลัง จะได้ว่า $2^3 \times 2^4 = 2^7$

ซึ่ง $2^7 = 128$) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า เมื่อให้ a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ และให้ m, n เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า

$$1. \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

2.2 นักเรียนหาผลลัพธ์ของ $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}}$ ได้อย่างไร นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังหาคำตอบได้เช่นเดียวกับ เมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มหรือไม่ ครูอาจให้นักเรียนกดเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาคำตอบ จากนั้นครูถามว่าสามารถใช้สมบัติเลขยกกำลัง

$a^m a^n = a^{m+n}$ เมื่อ m และ n ไม่ใช่จำนวนเต็มได้หรือไม่ อย่างไร

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน โดยคละความสามารถ แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 4-1, 4-2 และ 4-3 โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่าแต่ละข้อ แล้วบันทึกค่าที่ได้ลงในตารางใบกิจกรรมที่ 4-1, 4-2 และ 4-3

4. ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของ $a^{\frac{1}{n}}$ และ $\sqrt[n]{a}$ จากใบกิจกรรมที่ 4-1 ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ครูอาจใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ (ขั้นการหาความสัมพันธ์) ตัวอย่างที่นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ เช่น $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$ เป็นต้น

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากใบกิจกรรมที่ 4-1 ว่า เมื่อ a เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ถ้า a มีรากที่ n แล้ว $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

6. ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของ $a^{\frac{p}{q}}$ และ $\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$ จากใบกิจกรรมที่ 4-2 ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ครูอาจใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ (ขั้นการหาความสัมพันธ์) ตัวอย่างที่นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ เช่น $4^{\frac{3}{2}} = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^3$ เป็นต้น

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจาก ใบกิจกรรมที่ 4-2 ว่า เมื่อ a เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a \neq 0$ และ r เป็นจำนวนตรรกยะ เขียน $r = \frac{p}{q}$ โดยที่ p, q เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $q > 0$ และ

ห.ร.ม. ของ p และ q เป็น 1 ถ้า $a^{\frac{1}{q}}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว $a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$

8. ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ของ a^m และ a^n จากใบกิจกรรมที่ 4-3 ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ครูอาจใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ (ขั้นการหาความสัมพันธ์) ตัวอย่างที่นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ เช่น $8^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}}$ เป็นต้น

9. ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ จากใบกิจกรรมที่ 4-3 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

10. ครูกยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย (ขั้นการฝึกทักษะ)

11. ครูให้นักเรียนทุกกลุ่ม ทำแบบฝึกทักษะที่ 4 โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ เพื่อเพิ่มความเข้าใจในสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มมาเฉลยคำตอบ พร้อมให้นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

12. ครุยกตัวอย่างการเขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะให้อยู่ในรูปอย่างง่าย ดังตัวอย่างที่ 3 และตัวอย่างที่ 4 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายแนวคิดของโจทย์และคำตอบของโจทย์
13. ครุยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะเรื่องปริมาณยาในร่างกาย ในใบกิจกรรมที่ 4-4 ให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งปัญหาและแนวคิดในการแก้เป็นดังนี้

สถานการณ์ปัญหา

หลังจากให้ยาขนาด 4 มิลลิกรัม พบว่ามีรูปแบบการกำจัดยาออกจากร่างกายดังนี้

ปริมาณคงเหลือในร่างกาย ณ เวลาใดๆ เป็น $\frac{2}{3}$ ของปริมาณยาในชั่วโมงก่อนหน้า ดังนั้น หลังจากยาเข้าไปในร่างกาย เป็นเวลา t ชั่วโมงปริมาณยาที่คงเหลือในร่างกายจะกำหนดได้โดยฟังก์ชัน

$$g(t) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^t$$

จงหา

- 1) ปริมาณของยาที่คงเหลือในร่างกายหลังจากที่ร่างกายได้รับยาไป 3 ชั่วโมง
- 2) ปริมาณของยาที่คงเหลือในร่างกายหลังจากที่ร่างกายได้รับยาไป $5\frac{1}{2}$ ชั่วโมง
- 3) ปริมาณของยาในร่างกายจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด

แนวคิด

$$1) \quad g(3) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4 \times \frac{2^3}{3^3} = 4 \times \frac{8}{27} \approx 1.185 \text{ มิลลิกรัม}$$

$$2) \quad g\left(5\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{11}{2}} = 4 \times \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{11} \approx 0.430 \text{ มิลลิกรัม}$$

- 3) กำหนดให้เมื่อเวลาผ่านไป x ชั่วโมงปริมาณยาจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่งจากเริ่มต้น ดังนั้นจึงเหลือยาในร่างกาย 2 มิลลิกรัม

จะได้
$$4\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2$$

นักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการหาค่าของ x ได้ โดยวิธีการที่หลากหลาย ตัวอย่างเช่น ใช้คำสั่ง Solve ซึ่งมีวิธีการดังนี้

- a. พิมพ์สมการ โดยกดปุ่ม



$$4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2$$

- b. ใช้คำสั่ง Solve โดยกด **SHIFT** **CALC** **=**

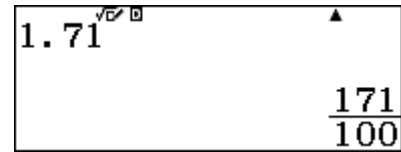
$$4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x = 2$$

$x = 1.709511291$
L-R = 0

c. จากผลลัพธ์ที่ได้จากการกดเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ปริมาณยาในร่างการจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่ง หลังจากที่ยาในร่างกายได้รับยาไปประมาณ 1.71 ชั่วโมง

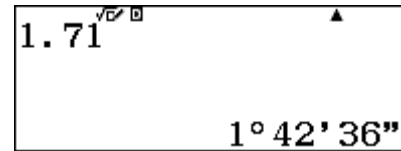
d. นักเรียนสามารถเปลี่ยนหน่วยของเวลาได้

โดยกด ปุ่ม **1** **□** **7** **1** **□**



1.71 $\frac{171}{100}$

e. จากนั้นกดปุ่ม **□**



1.71 $1^{\circ}42'36''$

f. ดังนั้นจึงใช้เวลาประมาณ 1 ชั่วโมง 42 นาที 36 วินาที

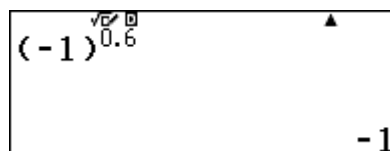
14.ครูให้นักเรียนพิจารณา $(-64)^{\frac{1}{2}}$ และ $(-64)^{\frac{1}{3}}$ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อให้สรุปได้ว่า $(-64)^{\frac{1}{2}}$ หาค่าไม่ได้ แต่ $(-64)^{\frac{1}{3}}$ หาค่าได้ และมีค่าเท่ากับ - 4 จากนั้นร่วมกันอภิปรายคำตอบ ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องว่า ในกรณีที่ $a \geq 0$ สามารถนิยาม $a^{\frac{1}{n}}$ ได้เสมอ แต่ในกรณีที่ $a < 0$ จะนิยามเฉพาะกรณีที่ n เป็นจำนวนคี่

15.ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาค่าของ $(-1)^{0.6}$ ดังต่อไปนี้ว่าถูกต้องหรือไม่

$$\begin{aligned} (-1)^{0.6} &= (-1)^{\frac{6}{10}} \\ &= \left((-1)^{\frac{1}{10}} \right)^6 \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $(-1)^{\frac{1}{10}}$ หาค่าไม่ได้ ดังนั้น $(-1)^{0.6}$ จึงหาค่าไม่ได้

จากนั้นใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งได้ผลลัพธ์ดังนี้



$(-1)^{0.6}$ -1

ครูใช้การถามตอบจนนักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องว่า ถ้า r เป็นจำนวนตรรกยะ เขียน $r = \frac{p}{q}$ ห.ร.ม. ของ p และ q ต้องเป็น 1 จึงจะหาค่าได้ถูกต้องตามนิยาม ดังนั้นในการหาค่าของ $(-1)^{0.6}$ ที่ถูกต้องมีวิธีการคำนวณดังนี้

$$\begin{aligned} (-1)^{0.6} &= (-1)^{\frac{6}{10}} \\ &= (-1)^{\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left((-1)^{\frac{1}{5}} \right)^3 \\
 &= (-1)^3 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 4-1
2. ใบกิจกรรมที่ 4-2
3. ใบกิจกรรมที่ 4-3
4. ใบกิจกรรมที่ 4-4
5. แบบฝึกทักษะที่ 4
6. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

การวัดและการประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4-1
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4-2
3. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4-3
4. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4-4
5. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 4
6. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 4-1

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $16^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots \sqrt{16} = \dots\dots\dots$
2. $(-9)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots \sqrt{-9} = \dots\dots\dots$
3. $16^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots \sqrt[4]{16} = \dots\dots\dots$
4. $(-81)^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots \sqrt[4]{-81} = \dots\dots\dots$
5. $64^{\frac{1}{6}} = \dots\dots\dots \sqrt[6]{128} = \dots\dots\dots$
6. $(-128)^{\frac{1}{6}} = \dots\dots\dots \sqrt[6]{-128} = \dots\dots\dots$
7. $8^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots \sqrt[3]{8} = \dots\dots\dots$
8. $(-27)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots \sqrt[3]{-27} = \dots\dots\dots$
9. $32^{\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots \sqrt[5]{32} = \dots\dots\dots$
10. $(-32)^{\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots \sqrt[5]{-32} = \dots\dots\dots$
11. $128^{\frac{1}{7}} = \dots\dots\dots \sqrt[7]{128} = \dots\dots\dots$
12. $(-128)^{\frac{1}{7}} = \dots\dots\dots \sqrt[7]{-128} = \dots\dots\dots$

จากกิจกรรมที่ 4-1 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) เมื่อ n เป็นจำนวนคู่บวกจำนวนที่อยู่ในรูป $a^{\frac{1}{n}}$ หรือ $\sqrt[n]{a}$ จะหาค่าไม่ได้ เมื่อ a มีค่าเป็นอย่างไร

.....

- 2) เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ที่มากกว่า 1 จำนวนที่อยู่ในรูป $a^{\frac{1}{n}}$ หรือ $\sqrt[n]{a}$ จะหาค่าได้ทุกจำนวนหรือไม่

.....

- 3) เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ $\sqrt[n]{a}$ หาค่าได้ จำนวนที่อยู่ในรูป $a^{\frac{1}{n}}$ และ $\sqrt[n]{a}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

ใบกิจกรรมที่ 4-2

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $8^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots (8^{\frac{1}{3}})^2 = \dots\dots\dots$
2. $(-8)^{\frac{14}{6}} = (-8)^{\frac{7}{3}} = \dots\dots\dots \left((-8)^{\frac{1}{3}}\right)^7 = \dots\dots\dots$
3. $(-32)^{\frac{3}{5}} = \dots\dots\dots \left((-32)^{\frac{1}{5}}\right)^3 = \dots\dots\dots$
4. $25^{\frac{6}{4}} = 25^{\frac{3}{2}} = \dots\dots\dots \left(25^{\frac{1}{2}}\right)^3 = \dots\dots\dots$
5. $(-4)^{\frac{3}{2}} = \dots\dots\dots \left((-4)^{\frac{1}{2}}\right)^3 = \dots\dots\dots$
6. $(-1)^{0.8} = (-1)^{\frac{4}{5}} = \dots\dots\dots \left((-1)^{\frac{1}{5}}\right)^4 = \dots\dots\dots$

จากกิจกรรมที่ 4-2 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) การหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูป a^r เมื่อ r คือจำนวนตรรกยะและ a คือจำนวนจริงซึ่ง $a \neq 0$ ทำได้โดยเขียน a^r ในรูป $a^{\frac{p}{q}}$ เมื่อ p, q เป็นจำนวนเต็มที่มี ห.ร.ม. เท่ากับเท่าใด

.....

- 2) เมื่อจำนวนในรูป $a^{\frac{1}{q}}$ หาค่าได้ โดยที่ a คือจำนวนจริง ซึ่ง $a \neq 0$ และ p, q เป็นจำนวนเต็มที่มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1 $a^{\frac{p}{q}}$ กับ $\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

- 3) เมื่อจำนวนในรูป $a^{\frac{1}{q}}$ หาค่าได้ โดยที่ a คือจำนวนจริง ซึ่ง $a \neq 0$ และ p, q เป็นจำนวนเต็มที่มี ห.ร.ม. ไม่เท่ากับ 1 นักเรียนคิดว่า $a^{\frac{p}{q}}$ กับ $\left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p$ มีจะเท่ากันหรือไม่

.....

- 4) จำนวนในรูป $a^{\frac{p}{q}}$ เมื่อ p, q เป็นจำนวนเต็มที่มี ห.ร.ม. เท่ากับ 1 หาค่าไม่ได้เมื่อ

.....

ใบกิจกรรมที่ 4-3

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $8^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$ $8^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$

2. $125^{\frac{1}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$ $125^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$

3. $(-64)^{\frac{5}{3}} \cdot (-64)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$ $(-64)^{\frac{5}{3} + \frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 โดยที่ a^m, a^n เป็นจำนวนจริง จะ

ได้ว่า $a^m \cdot a^n = \dots\dots\dots$

- 2) จำนวนในข้อใดไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $(27^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$ $27^{(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4})} = \dots\dots\dots$

2. $(125^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$ $125^{(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3})} = \dots\dots\dots$

3. $((-64)^{\frac{5}{3}})^{\frac{2}{5}} = \dots\dots\dots$ $(-64)^{(\frac{5}{3} \times \frac{2}{5})} = \dots\dots\dots$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 โดยที่ a^m และ a^n เป็น

จำนวนจริง จะได้ว่า $(a^m)^n = \dots\dots\dots$

- 2) จำนวนในข้อใดไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $(8 \times 27)^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$ $8^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$

2. $(81 \times 16)^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$ $81^{\frac{3}{4}} \times 16^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$

3. $((-8) \times (-2))^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$ $(-8)^{\frac{1}{2}} \times (-2)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ให้ n เป็นจำนวนตรรกยะ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 โดยที่ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง

จะได้ว่า $(ab)^n = \dots\dots\dots$

- 2) จำนวนในข้อใดไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

ตอนที่ 4 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

1. $\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$ $\frac{27^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}} = \dots\dots\dots$

2. $\left(\frac{81}{16}\right)^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$ $\frac{81^{\frac{3}{4}}}{16^{\frac{3}{4}}} = \dots\dots\dots$

3. $\left(\frac{(-8)}{(-2)}\right)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$ $\frac{(-8)^{\frac{1}{2}}}{(-2)^{\frac{1}{2}}} = \dots\dots\dots$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ให้ n เป็นจำนวนตรรกยะ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 โดยที่ a^n และ b^n เป็นจำนวนจริง

จะได้ว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots\dots\dots$

- 2) จำนวนในข้อใดไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

ตอนที่ 5 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

$$1. \frac{8^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{1}{3}}} = \dots\dots\dots 8^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$2. \frac{125^{\frac{4}{3}}}{125^{\frac{1}{3}}} = \dots\dots\dots 125^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$3. \frac{(-64)^{\frac{5}{3}}}{(-64)^{\frac{1}{3}}} = \dots\dots\dots (-64)^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ให้ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 โดยที่ a^m, a^n เป็นจำนวนจริง จะ

ได้ว่า $\frac{a^m}{a^n} = \dots\dots\dots$

- 2) จำนวนในข้อใดไม่เท่ากัน เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

.....

ใบกิจกรรมที่ 4-4

ปริมาณยาในร่างกาย

หลังจากให้ยาขนาด 4 มิลลิกรัม พบว่ามีรูปแบบการกำจัดยาออกจากร่างกายดังนี้

ปริมาณคงเหลือในร่างกาย ณ เวลาใดๆ เป็น $\frac{2}{3}$ ของปริมาณยาในชั่วโมงก่อนหน้า ดังนั้นหลังจากยาเข้าไปในร่างกาย เป็นเวลา t ชั่วโมงปริมาณยาที่คงเหลือในร่างกายจะกำหนดได้โดยฟังก์ชัน

$$g(t) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^t$$

จงหา

- 1) ปริมาณของยาที่คงเหลือในร่างกายหลังจากที่ร่างกายได้รับยาไป 3 ชั่วโมง
- 2) ปริมาณของยาที่คงเหลือในร่างกายหลังจากที่ร่างกายได้รับยาไป $5\frac{1}{2}$ ชั่วโมง
- 3) ปริมาณของยาในร่างกายจะลดลงเหลือครึ่งหนึ่งเมื่อเวลาผ่านไปนานเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 4

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงการคำนวณหาค่าต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1) จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อกำหนดให้ตัวแปรทุกจำนวนเป็นจำนวนจริงบวก

1. $(-32)^{\frac{3}{5}} =$

2. $(4)^{-3.5} =$

3. $(25)^{-\frac{3}{2}} =$

4. $(32)^{\frac{3}{5}} =$

5. $(-32)^{\frac{4}{5}} =$

6. $(16y^{-8})^{-\frac{3}{4}} =$

.....

7. $(8x^{15})^{-\frac{1}{3}} =$

.....

8. $10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} =$

9. $(-3)^{\frac{1}{3}} \cdot (-3)^{\frac{1}{3}} \cdot (-3)^{\frac{1}{3}} =$

10. $3^{\frac{1}{2}} \cdot 12^{\frac{1}{2}} =$

11. $2^{\frac{1}{2}} \cdot 32^{\frac{1}{2}} =$

12. $3^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} =$

13. $3^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{\frac{1}{4}} =$

14. $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{-3} =$

$$15. \quad \left(3x^{\frac{2}{3}} \right)^{-1} = \dots\dots\dots$$

$$16. \quad 5 \left(x^{\frac{2}{3}} \right)^{-1} = \dots\dots\dots$$

$$17. \quad \left(-27x^{-9} \right)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$18. \quad \left(-32y^{15} \right)^{\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots$$

$$19. \quad \left(\frac{x^3}{x^{-1}} \right)^{-\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$$

$$20. \quad \left(\frac{x^2}{x^{-11}} \right)^{\frac{1}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$21. \quad \left(x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{2}{3}} \right)^{-6} = \dots\dots\dots$$

$$22. \quad \left(\frac{x^{\frac{1}{4}}}{y^{-\frac{3}{4}}} \right)^{12} = \dots\dots\dots$$

$$23. \quad \left(\frac{x^{-\frac{2}{3}}}{y^{-\frac{1}{3}}} \right)^{15} = \dots\dots\dots$$

2) จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

1. $(-343)^{\frac{1}{3}} =$

2. $(-243)^{\frac{1}{5}} =$

3. $32^{1.2} =$

4. $243^{1.2} =$

5. $64^{3.5} =$

6. $100^{4.5} =$

7. $32^{-0.4} =$

8. $64^{-0.5} =$

9. $(-216)^{-\frac{2}{3}} =$

10. $2(16)^{\frac{3}{4}} =$

11. $-(-27)^{-\frac{4}{3}} =$

12. $\frac{1000^{\frac{4}{3}}}{100^{\frac{3}{2}}} =$

3) จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เมื่อกำหนดให้ตัวแปรทุกจำนวนเป็นจำนวนจริงบวก

1. $x^{\frac{2}{7}} \cdot x^{\frac{3}{14}} =$

2. $y^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{5}{10}} =$

3. $x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}} =$

4. $y^{\frac{5}{7}} \div y^{\frac{3}{14}} =$

5. $\frac{x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}} =$

$$6. \quad \frac{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{3}{4}} y^{\frac{1}{2}}} = \dots\dots\dots$$

$$7. \quad \left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}} \right)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$$

$$8. \quad \left(\frac{81y^{16}}{16x^{12}} \right)^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$$

$$9. \quad \left(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{12}} \right)^{\frac{1}{3}} \div x^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$10. \quad \left(x^{\frac{3}{4}} \div x^{\frac{7}{8}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{6}} = \dots\dots\dots$$

$$11. \quad \left[\left(x^{-\frac{1}{2}} \right)^2 \right]^{\frac{2}{3}} = \dots\dots\dots$$

$$10. \quad \left[\left(\sqrt{x^3 y^3} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} = \dots\dots\dots$$

4) จงทำเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ (ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบคำตอบได้)

$$1. \quad \left(7^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$$

$$2. \quad \frac{3^{3+\sqrt{5}}}{3^{1+\sqrt{5}}} = \dots\dots\dots$$

$$3. \quad 5^{2\sqrt{3}} \cdot 25^{-\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$$

$$4. \quad 9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \dots\dots\dots$$

$$5. \quad \left(3^{2+\sqrt{2}} \right)^{2-\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$$

ตอนที่ 5 จงแสดงวิธีหาคำตอบต่อไปนี้

1. จงทำ $\frac{(8ab^2)^{\frac{1}{3}}}{(16a^2b^2)^{\frac{1}{4}}}$ เป็นรูปอย่างง่าย เมื่อ $a > 0, b > 0$

.....

.....

.....

2. จงหาค่าของ $5\sqrt[3]{2} \times 7\sqrt{3}$

.....

.....

.....